FAN, TA'LIM, MADANIYAT VA INNOVATSIYA
[Jild: 03Nashr: 4 (2024)]ISSN:2992-8915
www.mudarrisziyo.uz

CHIZIQLI FAZOLAR QISM FAZOLARINING TO‘G‘RI YIG‘INDISI VA UNING XOSSALARI

***Murtazakul Dosanov*[1], *Farrux Narbayev*[2], *Rustam Xudoyqulov*[3]**

[1, 2, 3] GulDU “Matematika” kafedrasi katta o‘qituvchilari

Annotatsiya: *Ushbu maqolada* $M_1, M_2, \ldots, M_s$ *qism fazolar to‘g‘ri yig‘indisi* $s=2$ *bo‘lganda yozilgan ta’rifni umumlashtirish va* $s=2$ *hol uchun yozilgan ekvivalent shartlarning* $s>2$ *uchun ham o‘rinli ekanligini ko‘rsatishdan iborat.*

Kalit so‘zlar: Vektor, vector fazo, qism fazo, to‘g‘ri yig‘indi.

Chiziqli fazo tushunchasi matematikada asosiy tayanch tushunchalardan hisoblanadi. Quyida C bilan kompleks sonlar, R bilan haqiqiy sonlar to‘plamini belgilaymiz.

1-ta’rif. *Agar elementlari* $x, y, z, \ldots$ *bo‘lgan* L *to‘plamda quyidagi ikki amal aniqlangan bo‘lsa:*

I. Ixtiyoriy ikkita $x, y \in L$ *elementlarga ularning yig‘indisi deb ataluvchi aniq bir* $x+y \in L$ *element mos qo‘yilgan bo‘lib, ixtiyoriy* $x, y, z \in L$ *elementlar uchun*

1) $x+y=y+x$ *(kommutativlik),*

2) $x+(y+z)=(x+y)+z$ *(assotsiativlik),*

3) *L da shunday* θ *element mavjud bo‘lib,* $x+\theta=x$ *(nolning mavjudligi),*

4) *shunday* $-x \in L$ *element mavjud bo‘lib,* $x+(-x)=\theta$ *(qarama-qarshi elementning mavjudligi) aksiomalar bajarilsa;*

II. ixtiyoriy $x \in L$ element va ixtiyoriy α son ($\alpha \in R$ yoki $\alpha \in C$) uchun x elementning α songa ko'paytmasi deb ataluvchi aniq bir $\alpha x \in L$ element mos qo'yilgan bo'lib, ixtiyoriy $x, y \in L$ va ixtiyoriy α, β sonlar uchun

5) $\alpha(\beta x) = (\alpha \beta) x,$

6) $1 \cdot x = x,$

7) $(\alpha + \beta) x = \alpha x + \beta x,$

8) $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$

aksiomalar bajarilsa, u holda L to'plam chiziqli fazo deb ataladi.

Ta'rifda kiritilgan I va II amallar mos ravishda yig'indi va songa ko'paytirish amallari deb ataladi.

Ta'rifda foydalanilgan sonlar zahirasiga (haqiqiy sonlar R yoki kompleks sonlar C) bog'liq holda chiziqli fazo haqiqiy yoki kompleks chiziqli fazo deb ataladi.

Bizga L chiziqli fazoning bo'sh bo'lmagan L' qism to'plami berilgan bo'lsin.

2-ta'rif. *Agar L' ning o'zi L da kiritilgan amallarga nisbatan chiziqli fazoni tashkil qilsa, u holda L' to'plam L ning qism fazosi deyiladi.*

Boshqacha qilib aytganda, agar ixtiyoriy $x, y \in L'$ va $a, b \in C(R)$ sonlar uchun $ax + by \in L'$ bo'lsa, L' qism fazo deyiladi.

Har qanday L chiziqli fazoning faqat nol elementdan iborat $\{\theta\}$ qism fazosi bor. Ikkinchi tomondan, ixtiyoriy L chiziqli fazoni o'zining qism fazosi sifatida qarash mumkin.

3-ta'rif. *L chiziqli fazodan farqli va hech bo'lmaganda bitta nolmas elementni saqlovchi qism fazo xos qism fazo deyiladi.*

1-misol. $\ell_2 \subset c_0 \subset c \subset m$ fazolarning har biri o'zidan keyingilari uchun xos qism fazo bo'ladi.

4-ta'rif. V chiziqli fazoning M va N qism fazolarining kesishmasi $M \cap N$ faqat nol vektordan iborat bo'lsa, u holda M va N qism fazolarning yig'indisi $M + N$ ni to'g'ri yig'indi deb ataladi. Bu holda $M + N$ ni $M \oplus N$ deb yozamiz, ya'ni $M \cap N = \{\vec{0}\} \Rightarrow M + N = M \oplus N.$

1-tasdiq. Yig'indisi V chiziqli fazoni beruvchi M va N qism fazolar uchun quyidagi shartlar ekvivalentdir:

$a)$ $V = M \oplus N;$

$b)$ V fazoga tegishli har qaysi $\vec{a}$ $(\forall \vec{a} \in V)$ vektorni $\vec{b} + \vec{c}$ yig'indi ko'rinishdabir qiymatli tasvirlanadi, bu yerda $\vec{b} \in M$, $\vec{c} \in N$;

$v)$ Shunday $\vec{a} \in V$ vektor mavjudki uni $\vec{b} + \vec{c}$ ko'rinishda bir qiymatli tasvirlash mumkin, bu erda $\vec{b} \in M$, $\vec{c} \in N$ dir;

$g)$ $\vec{0}$ vektorni M va N dan olingan vektorlarning yig‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanadi ya’ni $\vec{0}=\vec{0}+\vec{0}$

$d)$ Agar E_1 vektorlar sistemasi M da bazis bo‘lsa, E_2 vektorlar sistemasi esa N da bazis bo‘lsa, u holda $E_1 \cup E_2$ vektorlar sistemasi V da bazis bo‘ladi;

$e)$ $\dim V = \dim M + \dim N$

Isbot. $a) \Rightarrow b)$

Faraz qilaylik birorta $\vec{a}$ vektor ikkita har xil tasvirga ega bo‘lsin, ya’ni $\vec{a}=\vec{b}_1+\vec{c}_1=\vec{b}_2+\vec{c}_2$, bu yerda $\vec{b}_1, \vec{b}_2 \in M$, $\vec{c}_1, \vec{c}_2 \in N$. U holda $\vec{b}_1-\vec{b}_2=\vec{c}_2-\vec{c}_1$ bo‘ladi.

Noldan farqli $\vec{b}_1-\vec{b}_2$ vektor M ga qarashli va u $\vec{c}_2-\vec{c}_1$ vektorga teng bo‘lgani sababli N ga tegishli bo‘ladi. Shunday qilib $M \cap N$ kesishma noldan farqli $\vec{b}_1-\vec{b}_2$ vektorni o‘z ichiga oladi, bu esa $M \cap N=\{\vec{0}\}$ degan shartga ziddir. Demak $a) \Rightarrow b)$ implikatsiya isbotlandi.

$b) \Rightarrow v)$ implikatsiya trivialdir.

$v) \Rightarrow g)$ implikatsiyani tekshiraylik. Faraz qilaylik $\vec{0}=\vec{0}+\vec{0}$ tasvir bilan birgalikda $\vec{0}=\vec{b}_1+\vec{c}_1$ trivial bo‘lmagan tasvirga ega bo‘laylik, bu yerda $\vec{b}_1 \neq \vec{0}, \vec{c}_1 \neq \vec{0}$ $\vec{b}_1 \in M, \vec{c}_1 \in N$. U holda $b)$ banddagi $\vec{a}$ vektor $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c},\ \vec{b} \in M, \vec{c} \in N$ tasvir bilan bir vaqtda $\vec{a}=\vec{a}+\vec{0}=\left(\vec{b}+\vec{c}\right)+\left(\vec{b}_1+\vec{c}_1\right)=\left(\vec{b}+\vec{b}_1\right)+\left(\vec{c}+\vec{c}_1\right)$, ya’ni $\vec{a}=\left(\vec{b}+\vec{b}_1\right)+\left(\vec{c}+\vec{c}_1\right)$ tasvirga ega bo‘lamiz. $\vec{b}_1 \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{b}+\vec{b}_1 \neq \vec{b},\ \vec{c}_1 \neq 0 \Rightarrow \vec{c}+\vec{c}_1 \neq \vec{c}$. Ziddiyatni hosil qildik. Demak, faraz noto‘g‘ri va $\vec{0}=\vec{0}+\vec{0}$ trivial yagona tasvirga egadir.

Endi $g) \Rightarrow d)$ implikatsiyani isbot qilaylik. $E_1=\{\vec{a}_1,\ldots,\vec{a}_m\}$ vektorlar sistemasi M da, $E_2=\{\vec{b}_1,\ldots,\vec{b}_n\}$ vektorlar sistemasi N da bazis bo‘lsin. $V=M+N$ bo‘lgani tufayli $E=E_1 \cup E_2$ vektorlar sistemasi V fazoda to‘ladir. Haqiqatan ham agar $\forall \vec{x} \in V$ vektorni olsak, u holda $V=M+N$ bo‘lgani uchun $\vec{x}=\vec{m}+\vec{n}$ bo‘ladi, bu yerda $\vec{m} \in M$ va $\vec{n} \in N$ dir.

Unda $\vec{m} \in M \Rightarrow \vec{m}=\alpha_1\vec{a}_1+\ldots+\alpha_m\vec{a}_m$, $\vec{n} \in N \Rightarrow \vec{n}=\beta_1\vec{b}_1+\ldots+\beta_n\vec{b}_n$. Demak $\vec{x}=\vec{m}+\vec{n}=\alpha_1\vec{a}_1+\ldots+\alpha_m\vec{a}_m+\beta_1\vec{b}_1+\ldots+\beta_n\vec{b}_n$. Shunday qilib $V=Ls(E)$, ya’ni E vektorlar sistemasi V da to‘ladir.

Endi uning chiziqli erkli ekanligini ko‘rsataylik

$$\alpha_1\vec{a}_1+\ldots+\alpha_m\vec{a}_m+\beta_1\vec{b}_1+\ldots+\beta_n\vec{b}_n=\vec{0}$$

$\alpha_1\vec{a}_1+\ldots+\alpha_m\vec{a}_m$ vektorni $\vec{a}$ bilan, $\beta_1\vec{b}_1+\ldots+\beta_n\vec{b}$ vektorni esa $\vec{b}$ bilan belgilaymiz va $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ ga ega bo‘lamiz. Bundan $g)$ bandga muvofiq $\vec{a}=\vec{0}$ va $\vec{b}=\vec{0}$ bo‘ladi. Ammo $\alpha_1\vec{a}_1+\ldots+\alpha_m\vec{a}_m=\vec{0}$, $\beta_1\vec{b}_1+\ldots+\beta_n\vec{b}=\vec{0}$ tengliklardan hamda E_1va E_2sistemalarning chiziqli erkliligidan $\alpha_i=0, i=1,\ldots,m$va $\beta_j=0,\ j=1,\ldots,n$bo‘lishi kelib chiqadi, ya’ni $E=E_1\cup E_2$ sistema chiziqli erkli $g)\Rightarrow d)$ implikatsiya isbotlandi.

$d)\Rightarrow e)$ implikatsiya trivialdir.

$e)\Rightarrow a)$ implikatsiya 1- tasdiqdan bevosita kelib chiqadi. Haqiqatan ham 1-tasdiq shartiga ko‘ra $V=M+N$ dir.

$\dim V=\dim M+\dim N$ bo‘lsin. 1-tasdiqgamuvofiq $\dim V=\dim(M+N)=\dim M+\dim N-\dim(M\cap N)$ ga ega bo‘lamiz. Bu tengliklardan $\dim(M\cap N)=0$ni hosil qilamiz. Bu esa $M\cap N=\{\vec{0}\}$ga ekvivalentdir, ya’ni $V=M\oplus N$ dir. 1-tasdiq isbotlandi.

M to‘plam V chiziqli fazoning qism fazosi bo‘lsin. Agarda $N\subseteq V$ qism fazo uchun $V=M\oplus N$ tenglik o‘rinli bo‘lsa $N\subseteq V$ qism fazoni V fazoda $M\subseteq V$ qism fazoning algebraik to‘ldiruvchisi deyiladi.

2-tasdiq. Chekli o‘lchamli V chiziqli fazoning ixtiyoriy M qism fazosi uchun algebraik to‘ldiruvchisi mavjud. Bunda agar $0<\dim M<\dim N$ bo‘lsa, u holda algebraik to‘ldiruvchi bir qiymatli aniqlanmaydi.

Isbot. M qism fazoning $\vec{e}_1,\ldots,\vec{e}_m$ bazisni olaylik va uni butun V fazoning $E=\{\vec{e}_1,\ldots,\vec{e}_m,\vec{e}_{m+1},\ldots,\vec{e}_n\}$ bazisgacha to‘ldiramiz. U holda 1-tasdiqga muvofiq $N=Ls(\vec{e}_{m+1},\ldots,\vec{e}_n)$ qism fazo M qism fazoga algebraik to‘ldiruvchi bo‘ladi. Haqiqatan ham $\dim V=n=m+n-m=\dim M+\dim N$ bo‘lganidan 1-tasdiqga muvofiq bu esa $M\cap N=\{\vec{0}\}$ ga ekvivalentdir, ya’ni $V=M\oplus N$ dir.

Endi bir qiymatli aniqlanmasligini isbot qilaylik. E bazis bilan birgalikda $E'=\{\vec{e}_1,\ldots,\vec{e}_m,\vec{e}_{m+1},\ldots,\vec{e}_{n-1},\vec{e}_n+\vec{e}_1\}$vektorlar sistemasini qaraylik. Ebazisdan E' sistemaga o‘tish matritsasini yozaylik

$$\vec{e}_1=1\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+\ldots0\cdot\vec{e}_n$$

$$\vec{e}_2=0\cdot\vec{e}_1+1\cdot\vec{e}_2+\ldots0\cdot\vec{e}_n$$

$$\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots$$

$$\vec{e}_n+\vec{e}_1=1\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+\ldots1\cdot\vec{e}_n$$

$$C=\begin{bmatrix}1\,0\ldots1\\0\,1\ldots0\\\ldots\ldots\ldots\\0\,0\ldots1\end{bmatrix}\qquad \det C=1>0$$

Demak, C matritsa E bazisdan E' sistemaga o‘tish matritsasi bo‘ladi. C matritsaning xosmasligi tufayli E' sistema 1-tasdiqqa muvofiq V fazoning bazisi bo‘ladi. U holda $N_1=Ls\left(\vec{e}_{m+1},\ldots,\vec{e}_{n-1},\vec{e}_n+\vec{e}_1\right)$ qism fazo M ga algebraik to‘ldiruvchi bo‘ladi. N va N_1 to‘ldiruvchilar har xil bo‘ladi, chunki $\vec{e}_1+\vec{e}_n\in N_1\setminus N$. Haqiqatan ham agar $\vec{e}_1+\vec{e}_n\in N$ bo‘lsa, u holda $\vec{e}_1=(\vec{e}_1+\vec{e}_n)-\vec{e}_n\in N$ va $\vec{e}_1\in M\cap N$. Bu esa $V=M\oplus N$ tenglikka ziddir, chunki $V=M\oplus N\Leftrightarrow M\cap N=\{\vec{0}\}\Rightarrow\vec{e}_1\notin M\cap N$ ikkinchi tomondan esa $\vec{e}_1\in M$ va $\vec{e}_1\in N\Rightarrow\vec{e}_1\in M\cap N$. Tasdiq isbotlandi.

5-ta’rif. Faraz qilaylik $M_1,\ldots,M_s$ lar V chiziqli fazoning qism fazolari bo‘lsin. Agarda $V=M_1+\ldots+M_s$ va ixtiyoriy $i=1,\ldots,s$ uchun

$$M_i\cap\left(M_1+\ldots+M_{i-1}+M_{i+1}+\ldots+M_s\right)=\{\vec{0}\}\qquad(4)$$

munosabat o‘rinli bo‘lsa, u holda V ni bu qism fazolarning to‘g‘ri yig‘indisi deb ataladi va $V=M_1\oplus\ldots\oplus M_s$ deb yozamiz. Bu ta’rif $s\geq3$ bo‘lgan hol uchun 1.1 ta’rifning umumlashmasi bo‘ladi.

3-tasdiq. Yig‘indisi V chiziqli fazoni beruvchi $M_1,\ldots,M_s$ qism fazolar uchun quyidagi shartlar ekvivalentdir:

$a)$ $V=M_1\oplus\ldots\oplus M_s$;

$b)$ V ga qarashli ixtiyoriy $\vec{a}$ $\left(\forall\vec{a}\in V\right)$ vektor M_i ga qarashli $\vec{a}_i$ vektorlarning yig‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanadi;

$v)$ M_i ga qarashli $\vec{a}_i$ vektorlar yig‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanuvchi V ga qarashli $\vec{a}$ vektor mavjud;

$g)$ nol vektor M_i lardan olingan vektorlar yig ‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanadi;

$d)$ agar E_i lar M_i larda bazis bo‘lsa, u holda $E_1\cup\ldots\cup E_s$ vektorlar sistemasi V da bazis bo‘ladi;

$e)$ $\dim V=\dim M_1\oplus\ldots\oplus\dim M_s$

Isbot. 1-tasdiqni qo‘llab qo‘shiluvchilar soni S bo‘yicha induksiya bilan olib boriladi.

Haqiqatan ham $a)\Rightarrow b)$ implikatsiyani qaraylik. $V=M_1\oplus\ldots\oplus M_s$ ekanligidan $V=M_1+\ldots+M_s$ bo‘libixtiyoriy $i=1,\ldots,s$ uchun

$$M_i \cap \left(M_1+\ldots+M_{i-1}+M_{i+1}+\ldots+M_s\right)=\{\vec{0}\}$$

bo‘ladi. Unda 1-tasdiqga muvofiq $V=M_i \oplus \left(M_1+\ldots+M_{i-1}+M_{i+1}+\ldots+M_s\right)=\{\vec{0}\}$ bo‘lib V ga tegishli ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor M_i ga va $M_1 \oplus \ldots \oplus M_{i-1} \oplus M_{i+1} \oplus \ldots \oplus M_s$ ga tegishli bo‘lgan vektor yig‘indisi ko‘rinishda bir qiymatli tasvirlanadi, ya’ni $\vec{a}=\vec{a}_i+\vec{x}$, bu yerda $\vec{a}_i \in M_i$, $\vec{x} \in \left(M_1 \oplus \ldots \oplus M_{i-1} \oplus M_{i+1} \oplus \ldots \oplus M_s\right)$. Unda induksiya faraziga ko‘ra $\vec{x}=\vec{a}_1+\ldots+\vec{a}_{i-1}+\vec{a}_{i+1}+\ldots+\vec{a}_s$ ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanadi, bu yerda $\vec{a}_1 \in M_1, \ldots, \vec{a}_{i-1} \in M_{i-1}, \vec{a}_{i+1} \in M_{i+1}, \ldots, \vec{a}_s \in M_s$.

Demak, $\vec{a}=\vec{a}_1+\ldots+\vec{a}_{i-1}+\vec{a}_i+\vec{a}_{i+1}+\ldots+\vec{a}_s$ bo‘lib V ga qarashli ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor M_i gaqarashli $\vec{a}_i$ vektorlarning yig‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanadi. Demak, $a) \Rightarrow b)$ implikatsiya isbotlandi.

Unda oxirgi jumladan M_i gaqarashli $\vec{a}_i$ vektorlar yig‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanuvchi V ga tegishli bo‘lgan $\vec{a}$ vektor mavjud deyish mumkin. Bu bilan $b) \Rightarrow v)$ implikatsiya isbotlandi.

Endi $v) \Rightarrow g)$ implikatsiyani qaraylik. Faraz qilaylik $\vec{0}=\vec{b}_1+\vec{b}_2+\ldots+\vec{b}_s$ ko‘rinishda tasvirlangan bo‘lsin, bu yerda $\vec{b}_i \in M_i$, $i=1,\ldots,s$. Unda $\vec{0}=\vec{b}_1+(\vec{b}_2+\ldots+\vec{b}_s)$ 1-tasdiqga muvofiq $\vec{b}_1=\vec{0}$ va $\vec{b}_2+\ldots+\vec{b}_s=\vec{0}$ deyish mumkin. Unda induksiya faraziga muvofiq $\vec{b}_i=\vec{0}$ deyish mumkin, bu yerda $i=2,\ldots,s$. Demak nol vektor M_i lardan olingan vektorlarning yig‘indisi ko‘rinishida bir qiymatli tasvirlanadi.

Endi $g) \Rightarrow d)$ implikatsiyani tekshiramiz. Shartga ko‘ra $V=M_1+M_1+\ldots+M_s$ bo‘lib $V=M_1+\left(M_2+\ldots+M_s\right)$ deb yozish mumkin. E_i lar M_i larda bazis bo‘lgani uchun induksiya faraziga ko‘ra $E_2 \cup \ldots \cup E_s$ vektorlar sistemasi $M_2+\ldots+M_s$ qism fazoda bazis bo‘ladi. Unda 1-tasdiqga muvofiq $E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_s$ vektorlar sistemasi V da bazis bo‘ladi. $g) \Rightarrow d)$ implikatsiya isbotlandi.

$d) \Rightarrow e)$ implikatsiyani qaraylik

$$M_i \cap \left(M_1+\ldots+M_{i-1}+M_{i+1}+\ldots+M_s\right)=\{\vec{0}\} \Rightarrow$$
$$M_i \cap Ls\left(M_1 \cup \ldots \cup M_{i-1} \cup M_{i+1} \cup \ldots \cup M_s\right)=\{\vec{0}\}$$
$$\Rightarrow M_i \cap \left(M_1 \cup \ldots \cup M_{i-1} \cup M_{i+1} \cup \ldots \cup M_s\right)=\left\{\vec{0}\right\} \Rightarrow M_i \cap M_j=\{\vec{0}\}$$

ixtiyoriy $i \neq j$ daDemak,

$$\dim V=\dim M_1+\dim M_2+\ldots+\dim M_s .$$

$e) \Rightarrow a)$ implikatsiyani qaraylik

$\dim V = \dim M_1 + \dim M_2 + \ldots + \dim M_s \Rightarrow$ ixtiyoriy $i \neq j$ da $M_i \cap M_j = \{\vec{0}\}$, chunki tasdiq $s=2$ uchun to‘g‘ri bo‘lib $s-1$ uchun esa induksiya faraziga ko‘ra to‘g‘ri

$$\Rightarrow M_i \cap \left(M_1 \cup \ldots \cup M_{i-1} \cup M_{i+1} \cup \ldots \cup M_s\right) = \{\vec{0}\} \Rightarrow$$

$$M_i \cap Ls\left(M_1 \cup \ldots \cup M_{i-1} \cup M_{i+1} \cup \ldots \cup M_s\right) = \{\vec{0}\}$$

$$\Rightarrow M_i \cap \left(M_1 + \ldots + M_{i-1} + M_{i+1} + \ldots + M_s\right) = \{\vec{0}\}$$

va

$$V = M_1 + M_1 + \ldots + M_s$$

ekanligidan $V = M_1 \oplus M_1 \oplus \ldots \oplus M_s$ bo‘ladi.

2-misol. $A = \left(a_{ij}\right)$ kvadrat matritsa agarda $a_{ij} = a_{ji}$ bo‘lsa, simmetrik matritsa, agarda $a_{ij} = -a_{ji}$ bo‘lsa kososimmetrik (qiyasimmetrik) matritsa deyiladi. $A \in M_n$ barcha simmetrik (kososimmetrik) matritsalar to‘plamini M_n^{sim} $\left(M_n^{kososim}\right)$ orqali belgilaymiz. M_n^{sim} va $M_n^{kososim}$ qism to‘plamlar M_n fazoning qism fazolari bo‘lishi va $M_n = M_n^{sim} \oplus M_n^{kososim}$ bo‘lishi tushunarlidir.

Haqiqatan ham, $A, B \in M_n^{sim}$, $A = \left(a_{ij}\right)$, $B = \left(b_{ij}\right)$ bo‘lsin. Unda $a_{ij} + b_{ij} = a_{ji} + b_{ji}$. Demak $A + B = \left(a_{ij} + b_{ij}\right) \in M_n^{sim}$, $\alpha a_{ij} = \alpha a_{ji}$ ekanligidan $\alpha A = \left(\alpha a_{ij}\right) \in M_n^{sim}$. Demak M_n^{sim} to‘plam M_n da qism fazo ekan.

$A, B \in M_n^{kossim}$, $A = \left(a_{ij}\right)$, $B = \left(b_{ij}\right)$ bo‘lsin. Unda

$$a_{ij} = -a_{ji}, \quad b_{ij} = -b_{ji}, \quad a_{ij} + b_{ij} = -a_{ji} - b_{ji} = -\left(a_{ji} + b_{ji}\right), \quad A + B = \left(c_{ij}\right)$$

deyilsa

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} = -\left(c_{ij}\right) \; A + B \in M_n^{kossim}, \quad \alpha a_{ij} = -\alpha a_{ji}, \quad \alpha A = \left(\alpha a_{ij}\right) \in M_n^{kossim}.$$

Demak, M_n^{kossim} to‘plam M_n da qism fazo ekan.

$\forall A \in M_n$ matritsa uchun

$$A = \left(a_{ij}\right) = \left(\frac{a_{ij} + a_{ji}}{2} + \frac{a_{ij} - a_{ji}}{2}\right) = \left(\frac{a_{ij} + a_{ji}}{2}\right) + \left(\frac{a_{ij} - a_{ji}}{2}\right). \alpha_{ij} = \frac{a_{ij} + a_{ji}}{2} = \frac{a_{ji} + a_{ij}}{2} = \alpha_{ji}.$$

Demak, $\left(\dfrac{\alpha_{ij} + \alpha_{ji}}{2}\right) \in M_n^{sim}$, $\dfrac{a_{ij} - a_{ji}}{2} = \beta_{ij}$ deb olsak

$$\beta_{ij} = \frac{a_{ij} - a_{ji}}{2} = -\frac{a_{ji} - a_{ij}}{2} = -\beta_{ji}$$

bo‘ladi. Demak, $\left(\dfrac{a_{ij}-a_{ji}}{2}\right)\in M_n^{kossim}$. Bulardan

$$M_n = M_n^{sim} + M_n^{kossim}, \quad \forall\left(\alpha_{ij}\right)\in M_n^{sim}\cap M_n^{kossim}, \quad \left(\alpha_{ij}\right)\in M_n^{sim} \text{ va } \left(\alpha_{ij}\right)\in M_n^{kossim}$$

bo‘ladi. Bulardan esa $\alpha_{ij}=\alpha_{ji}$ va $\alpha_{ij}=-\alpha_{ji}$ ega bo‘lamiz. Bu tengliklarni hadma-had qo‘shib topamiz $2\alpha_{ij}=0 \Rightarrow \alpha_{ij}=0$. Demak, $M_n^{sim}\cap M_n^{kossim}=\{0\}$ yuqoridagilarni e’tiborga olsak $M_n = M_n^{sim}\oplus M_n^{kossim}$.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sh.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H. Haydarov“Algebra va sonlar nazariyasi”, o‘quv qo‘llanma, Toshkent-2019.
2. В.В. Федорчук«Курс аналитической геометрии и линейнойалгебры» , Московского университета. 1990 г.
3. M Dosanov, G Nafasov, R Khudoykulov“A new interpretation of the proof of binary relations and reflections” International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research, 2023/4/26, Том-1, Страницы 30-42.
4. Жамуратов, К., Умаров, Х. Р., & Турдимуродов, Э. М. (2024). *О решении методом регуляризации одной системы функциональных уравнений с дифференциальным оператором* (Doctoral dissertation, Белорусско-Российский университет)
5. Агафонов, А., Умаров, Х., & Душабаев, О. (2023). ДРЕНИРОВАНИЕ ПОЛУ БЕСКОНЕЧНОГО ВОДОНОСНОГО ГОРИЗОНТА ПРИ НАЛИЧИИ ИСПАРЕНИЯ. *Евразийский журнал технологий и инноваций*, *1*(6 Part 2), 99-104.
6. Narjigitov, X., Jamuratov, K., Umarov, X., & Xudayqulov, R. (2023). SEARCH PROBLEM ON GRAPHS IN THE PRESENCE OF LIMITED INFORMATION ABOUT THE SEARCH POINT. *Modern Science and Research*, *2*(5), 1166-1170.
7. Агафонов, А., Душабаев, О., & Умаров, Х. (2023). СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД В МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКЕ. *Евразийский журнал технологий и инноваций*, *1*(6 Part 2), 93-98.
8. Умаров, Х.Р. Решение задачи о притоке к математическому совершенному горизонтальному дренажу / Х.Р.Умаров, К.Жамуратов // Актуальныенаправления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – № 3 (8-4). – С. 303–307.
9. UXabibullo, XRustamjon, OIslomGAMMA FUNKSIYANING FUNKSIONAL XOSSALARI Yosh Tadqiqotchi Jurnali 1 (3), 74-78
10. ЖАМУРАТОВ, К., УМАРОВ, Х. Р., & АЛИМБЕКОВ, А. Решение одной задачи движения грунтовых вод в области с подвижной границей при наличии испарения. *НАУЧНЫЙ АЛЬМАНАХ Учредители: ООО" Консалтинговая компания Юком*, 81-84.
11. ҲР Умаров, ЖТ Курбонов НАТУРАЛ СОНЛАР ДАРАЖАЛАРИ ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШ Involta Scientific Journal 1 (6), 439-452
12. К Жамуратов, ФШ ИсматуллаевОб автомодельном решении задачи нестационарного движения грунтовых вод вблизи водохранилища при наличии нелинейного испарения - Научный альманах, 2018

13. К Жамуратов, ХР УмаровЧИСЛЕННОЕ И АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ДИНАМИКЕ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ НАЛИЧИИ НЕЛИНЕЙНОГО ИСПАРЕНИЯ научных исследований XXI века: теория и практика, 2015