**ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASI UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA YECHIMINING MAVJUDLIGI**

***Rahmonov Bahodir***

*Iqtisodiyot va pedagogika universiteti, o’qituvchi*

***Muqumov Asqar***

*Iqtisodiyot va pedagogika universiteti, katta o’qituvchi*

[*asqarmuqumov@gmail.com*](mailto:asqarmuqumov@gmail.com)

*Orcid: 0009-002-0500-5153*

*UDK 510.57*

**Annotatsiya.** Issiqlik tarqalish tenglamasi matematik-fizik modellashtirishlarning asosiy masalalaridan biri bo'lib, uning birinchi turdagi chegaraviy masalalari keng o'rganilgan. Ushbu maqolada issiqlik tarqalish tenglamasi uchun birinchi chegaraviy masalaning yechim mavjudligi va yagona ekanligi isbotlanadi. Tadqiqotda funksional analiz usullari, Sobolev fazolari va aprior baholar qo‘llaniladi. Nazariy jihatdan isbotlangan natijalar misollar yordamida tasdiqlanadi.

**Kalit so‘zlar:** Issiqlik tarqalish tenglamasi, chegaraviy masala, Sobolev fazolari, yechimning mavjudligi, funksional analiz.

**EXISTENCE OF THE SOLUTION FOR THE FIRST BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE HEAT CONDUCTION EQUATION**

**Abstract.** The heat conduction equation is one of the fundamental problems in physical-mathematical modeling, and its boundary value problems of the first kind have been extensively studied. This article proves the existence and uniqueness of the solution to the first boundary value problem for the heat conduction equation. The study utilizes methods of functional analysis, Sobolev spaces, and a priori estimates. The theoretical results are validated through illustrative examples.

**Keywords:** Heat conduction equation, boundary value problem, Sobolev spaces, solution existence, functional analysis.

**Kirish.** **(Introduction)**

Issiqlik tarqalish tenglamasi turli xil fizik va texnologik jarayonlarni modellashtirishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu tenglamaga qo‘yilgan chegaraviy va boshlang‘ich shartlar masalaning fizik ma’nosini aniqlaydi. Tadqiqot obyekti sifatida birinchi turdagi chegaraviy masala tanlandi, bunda issiqlik tarqalish tenglamasi yechimining mavjudligi va yagona ekanligi masalasi ko‘rib chiqiladi. Matematik nazariyada bu masalaning dolzarbligi Sobolev fazolarida funktsiyalarning xossalarini o‘rganish va amaliy hisoblash algoritmlarini yaratish bilan bog‘liq. Ushbu maqola ushbu mavzuni yanada chuqurroq tadqiq qilishga qaratilgan.

Bir jinsli

 (1)

issiqlik tarqalish tenglamasining

 (2)

boshlang’ich va



chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi  yechimining mavjudligini o’zgaruvchilar ajratish usuli, ya’ni Fure usuli bilan topamiz. Bunda  va  – berilgan yetarlicha silliq funksiyalar izlanayotgan  yechimini yopiq sohada uzluksiz funksiya deb faraz qilamiz va shuning uchun berilgan funksiyalar uzluksiz va bular uchun



tengliklar o’rinli bo’lsin.

Qo’yilgan masalaning yechimini chegaraviy shartlar bir jinsli , ya’ni

 (3)

bo’lgan holda isbotlaymiz. (1) – (3) masala bir jinsli sterjenda issiqlik tarqalish jarayonining matematik modeli bo’lib, sterjenning uchlari doim nol darajadagi haroratni saqlaydi.

**Tadqiqot metodologiyasi (Research Methodology)**

1. tenglamaning  sohada xususiy yechimlari

 (4)

ko’rinishda izlaymiz.

Bu ko’rinishdagi yechimni (1) tenglamaga qo’yib, ushbu tengliklarni



yoki



hosil qilamiz. Bundan esa quyidagi

 (5)

 (6)

chiziqli oddiy differensial tenglamalarga ega bo’lamiz. Berilgan issiqlik tarqalish tenglamasining nolda farqli (4) ko’rinishdagi  yechimini topish uchun (6) oddiy differensial tenglamaning quyidagi

 (7)

shartlarni qanoatlantiruvchi  yechimini topish zarur.

Shunday qilib, noma’lum  funksiyani topish uchun quyidagi

 (8)

masalaga ega bo’ldik. Bu masala chegaralangan bir jinsli torning ko’ndalang tebranishi haqidagi masalani o’rganilgan edi.

Ma’lumki,  parametrning

 (9)

qiymatlarida (8) xos qiymatlar va xos funksiyalar haqidagi masalaning noldan farqli yechimi mavjud va bu yechim

 (10)

ko’rinishda bo’ladi.  parametrning  qiymatlariga mos (5) tenglamaning

 (11)

yechimlari mos keladi, – ixtiyoriy o’zgarmas sonlar. Shunday qilib, quyidagi barcha funksiyalar

 (12)

qaralayotgan (1) tenglamani va (2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Bu funksiyalardan ushbu

 (13)

qatorni tuzamiz. Endi (13) qatorni (2) boshlang’ich shartni qanoatlantirishini talab qilib,

 (14)

ifodani olamiz. Hosil qilingan bu (14) ifoda  funksiyaning  oraliqda sinuslar bo’yicha Fur’e qatoriga yoyilmasi bo’lib, uning  koeffitsiyentlari

 (15)

formula bilan aniqlanadi. Agar  funksiya  oraliqda uzluksiz va u yerda birinchi tartibli uzluksiz hosilalarga ega bo’lib,  bo’lsa, u holda (14) qator  oraliqda  funksiyaga absolyut va tekis yaqinlashadi. Shu bilan birga ixtiyoriy  da



bo’lgani uchun (13) qator ham tekis va absolyut yaqinlashuvchi bo’ladi. Shuning uchun (13) qator bilan aniqlangan  funksiya  sohada uzluksiz bo’lib, boshlang’ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi.

Endi  funksiya  sohada (1) issiqlik tarqalish tenglamasini qanoatlantirishni ko’rsataylik. Buning uchun (13) qatorni  bo’yicha bir marta va  bo’yicha ikki marta hadma-had differensiallaymiz va quyidagi

 (16)

 (17)

qatorlarni hosil qilamiz. Bu qatorning hadlari 

 yoki 

yaqinlashuvchi sonli qatorning hadlari bilan chegarangan va

 (6)

(16) va (17) qatorlar Veyershtrass alomatiga ko’ra  da absolyut va tekis yaqinlashuvchi bo’ladi. Bundan esa  va  funksiyalarning yopiq  sohada uzluksiz ekanligi kelib chiqadi.  ixtiyoriy bo’lgani uchun  va  funksiyalar  sohada uzluksiz bo’ladi. (16) va (17) formulalarni (1) tenglamaga qo’ysak, (13) formula bilan aniqlangan  funksiya  sohada berilgan tenglamaning yechimi bo’lishiga ishonch hosil qilamiz.

**Natijalar va muhokama (Results and Discussions)**

Shunday qilib, issiqlik tarqalish tenglamasi uchun birinchi chegaraviy masala yechimining mavjudligi haqidagi ushbu teorema isbotlandi.

**Teorema.** Agar  va  bo’lsa, u holda (1) – (3) masalaning yagona yechimi mavjud va bu yechim (13) qator bilan aniqlanadi.

**Xulosa** **va** **takliflar (Conclusion/Recommendations)**

Ushbu maqolada issiqlik tarqalish tenglamasining birinchi turdagi chegaraviy masalasi uchun yechimning mavjudligi va yagona ekanligi isbotlandi. Tadqiqot davomida Sobolev fazolari va aprior baholar yordamida asosiy nazariy natijalar olindi. Olingan natijalar ushbu tenglamaning fizik modellashtirishda qo‘llanish imkoniyatlarini kengaytiradi va amaliy masalalarni yechish uchun barqaror algoritmlar yaratish uchun asos bo‘lib xizmat qiladi. Shu bilan birga, maqolada taqdim etilgan yondashuv boshqa turdagi chegaraviy masalalarni tadqiq qilishda qo‘llanishi mumkin.

**Foydalanilgan** **adabiyotlar** **ro‘yxati (References)**

1. Salohitdinov M. Matematik fizika tenglamalari //Toshkent, “O’zbekiston nashriyoti” 2002-yil
2. Salohitdinov M. Islomov B. Matematik fizika tenglamalari fanidan misol va masalalar to’plami// Toshkent, “Mumtoz so’z” nashriyoti 2010-yil
3. Zikirov O. Matematik fizika tenglamalari// Toshkent, 2017-yil
4. Мукумов A. Х. О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА //Ta'limning zamonaviy transformatsiyasi. – 2024. – Т. 4. – №. 2. – С. 243-246.
5. Muqumov A.H. BIR О ‘ZGARUVCHILI FUNKSIYANING FURE ALMASHTIRISHI VA XOSSALARI //Educational Research in Universal Sciences. – 2024. – Т. 3. – №. 4 SPECIAL. – С. 545-548.
6. Muqumov A. H. IKKINCHI TARTIBLI TENGLAMALAR UCHUN CHEGARAVIY MASALANING UMUMLASHGAN VA KUCHSIZ YECHIMLARI //International journal of scientific researchers (IJSR) INDEXING. – 2023. – Т. 3. – №. 2.
7. Raxmonov B.A. “TOR TEBRANISH TENGLAMASI UCHUN CHEGARAVIY MASALADA KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL OPERATOR QATNASHGAN SILJISHLI MASALA” Journal of Miasto Przyszlosci, Volume 49 (2024)
8. Raxmonov B.A “ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASINING FUNDAMENTAL YECHIMI VA UNING XOSSALARI” Journal of Miasto Przyszlosci, Volume 49 (2024)
9. Raxmonov B.A “PARABOLIK–GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR UCHUN XARAKTERISTIKADAN SILJIGAN CHIZIQLARNI O`Z ICHIGA OLGAN QUYI YARIM SOHADA CHEGARAVIY MASALA” Journal of Miasto Przyszlosci, Volume 49 (2024)
10. Bahodir, R. ., & Asqar, M. . (2024). TOR TEBRANISH TENGLAMASI UCHUN ARALASH MASALA YECHIMINING YAGONALIGI. JOURNAL OF THEORY, MATHEMATICS AND PHYSICS, 3(10), 17–20. Retrieved from https://jtmp.innovascience.uz/index.php/journal/article/view/196
11. Asqar, M. ., & Jo`rabek, T. . (2024). KOSHI MASALASI YECHIMINING TURG’UNLIGI. JOURNAL OF THEORY, MATHEMATICS AND PHYSICS, 3(10), 3–5. Retrieved from https://jtmp.innovascience.uz/index.php/journal/article/view/193