



## КОРРЕЛЯЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТИНИ СТАТИСТИК БАҲОЛАШ

*Умаров Турсунбой Сайфиддин ўғли*

*Андижон иқтисодиёт ва қурилиш институти, Тармоқлар иқтисодиёти кафедраси  
ассистенти*

*E-mail: [ekonometrika95@gmail.com](mailto:ekonometrika95@gmail.com)*

**Аннотация:** Ушбу мақолада математик статистиканинг муҳим тушунчаларидан бири бўлган корреляция коэффицентини ҳақида сўз юритилади. Мақолада корреляция ва регрессиянинг умумий тушунчалари, уларнинг ўзаро боғлиқлиги ва фарқлари баён этилган. Шу билан бирга мақолада корреляция коэффицентини баҳолашнинг усуллари ва унинг статистик таҳлил учун аҳамияти батафсил ёритилган.

**Калим сўзлар:** корреляция коэффицентини, ковариация, регрессия, статистик таҳлил, пирсон корреляцияси, спирман коэффицентини, кўп ўлчовли корреляция, стандарт четланиш.

**Кириш.** Маълумки, математик статистикада корреляция ва регрессия тушунчалари жуда муҳим тушунчалардан бири ҳисобланади. Корреляция ва регрессия тушунчалари бир-бири билан ҳамма ҳам боғлиқ бўлсада, улар бир-биридан фарқ қилади [1]. Корреляция икки ўзгарувчи ўртасидаги боғланиш даражаси сифатида тавсифланиши мумкин, регрессия эса бир ўзгарувчининг белгиланган қийматлари (бу боғлиқ, егзоген, тушунтириладиган, регрессор, ташувчи ёки прогноз қилувчи ўзгарувчи деб аталади), иккинчи (боғлиқ, натижавий, жавоб ўзгарувчилик ёки изоҳланадиган ўзгарувчи) ўзгарувчининг барча мос келадиган қийматлари ўртасидаги муносабатлар шаклини ифодалайди. Умуман олганда, айтиш мумкинки, ўзаро боғлиқлик даражасини ўрганиш корреляцияни текширишга олиб келади [3], боғлиқлик шаклини ўрганиш эса регрессия назариясига олиб келади. Агар  $X$  ўзгарувчиси  $Y$  ўзгарувчининг тасодифий кавориати бўлса, яъни  $X$  ва  $Y$  биргаликда ўзгарса (узлуксиз ўзгарувчилар), бизни прогноз қилишдан кўра чизикли муносабатларни кучини ва танланма корреляция коэффицентини ( $r(x,y)$ ) аниқлаш кўпроқ қизиқтиради.

Корреляция атамаси биринчи бўлиб, 1888 йилда Ф. Галтон томонидан киритилган бўлиб, лекин унинг формуласини 1896 йилда К.Пирсон томонидан ишлаб чиқилган. Шунинг учун ҳам одатда Пирсон (кўпайтмали-момент) корреляцияси деб аталади.

Дарҳақиқат, корреляция диаграммаси, шунингдек тарқалиш (scatter) диаграммаси сифатида ҳам танилган, ҳамда статистик сифатни назорат қилишнинг етти асосий воситалардан биридир [3]. Эмпирик муносабатлардан фойдаланиш мумкин, яъни ҳосилдорлик ва шарт-шароитларни аниқлаш учун, ёки чизикли эркин энергия муносабатларида, миқдорий тузилма фаолият муносабатлари ва миқдорий тузилма мулкий муносабатларида жараёни оптималлаштиришга эришиш мумкин. Бироқ корреляция шунчаки текисликдаги чизмаларга қараганда анча кенгроқ қўлланилиши мумкин бўлган тушунчадир. Бундан ташқари бир нечта боғлиқсиз ўзгарувчиларнинг бошқа битта ўзгарувчи билан боғлиқлигини “кўп ўлчовли



корреляция” тушунчаси ҳам мавжуд, у бир ўзгарувчини бошқаси билан ўзаро боғлиқлиги бўлиб, учинчи ёки қўшимча ўзгарувчиларни назорат қилади.

Агар кўп факторли дизайндаги бирон бир фактор билан боғлиқ бўлган параметр баҳолари бошқасиники билан боғлиқ бўлмаса, экспериментал дизайн ортогонал дейилади. Бу ортогонал дизайнни асосий принципи бўлиб, у кўпинча эффектларни ҳисоблаш учун [4] оддий формуладан фойдаланишга имкон беради. Кластерда корреляция ва ковариация тушунчалари марказий рол ўйнайди ва корреляция объектлар ўртасидаги ўхшашликни аниқлаш учун ишлатилади [5]. Факторлар таҳлили, хулқ-атвор гинетик моделлари, структуравий тенгламалар моделлари ва бошқа тегишли методологияларда маълумотларнинг асосий борлиги сифатида корреляция коэффициентидан фойдаланади [6]. Каноник корреляция таҳлили икки кўп ўлчовли ўзгарувчилар орасидаги чизикли муносабатларни ўлчаш усулидир [7]. Ўзига хос хусусиятларга эга бўлган номинал ва тартибланган ўзгарувчилар учун (ва катта қаторлар учун ҳам) бошқа кўринишдаги боғлиқлик корреляция коэффициентлари ҳам мавжуддир. Улар адабиётларда Спирманнинг  $\rho$  коэффициентини, Кендаллнинг  $\tau$  коэффициентини ёки Хёфдингни  $\Delta$  ва Жиннинг  $\Upsilon$  коэффициентлари каби келтирилгандир [8].

**Асосий қисм.** Корреляция тушунчаси ўз навбатида ковариация тушунчасига боғлиқдир. Ковариация бу  $X$  ва  $Y$  ўртасидаги корреляция ўлчовидир ва қуйидаги формула билан аниқланади.

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \quad (1)$$

Бу ерда  $\bar{x}$  ва  $\bar{y}$  лар тенглама ўртача қийматларидир. Яъни  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

Агар иккита ўзгарувчи чизикли боғлиқ бўлса, у ҳолда ковариация мусбат ёки манфий ишорага (slope) қараб мусбат ёки манфий бўлади.

Агар  $X$  ва  $Y$  боғлиқсиз бўлса, яъни ўзаро боғлиқ бўлмаса, у ҳолда ковариация нолга тенг бўлади. Аммо буни тескариси ҳамма вақт ҳам ўринли бўлмайди. Чунки ковариацияси (корреляцияси) нолга тенг бўлган кучли боғланган тасодифий ўзгарувчиларга мисолларни кўпинча чизикли бўлмаган ҳолда кўриш мумкин. Баъзи адабиётларда ковариация кўпинча “ўтиборга олинмасида, дисперсия тасодифий ўзгарувчининг ўзи билан ковариациянинг махсус ҳолатидир. Дисперсиянинг квадрат илдизи стандарт четланиш (оғиш) деб аталади. (бош тўплам учун  $\delta$ , танланма учун  $S$  билан белгиланади) ва ҳар доим мусбат бўлади ковариация ҳеч бўлмаганда ҳақиқий ноаниқлик бюджетларни ҳисоблашда ёки кузатув занжирларини яратишда ҳисобга олиниши керак. Масалан, сувнинг қайнаш нуқтасини буғ босимини ўлчаш орқали аниқлашда ковариацияни ҳисобга олиш зарурияти бунга яхши мисол бўла олади.

Ковариация кўпинча бўғлиқликни яхши таърифловчи ўлчов эмас, чунки унинг қиймати  $X$  ва  $Y$  лар учун ўлчовлар шкаласига боғлиқ ва умумий ўлчов сифатида фойдаланишдан олдин уни стандартлаштириш керак. Тенглама ковариациясини тенгламадаги  $X$  ва  $Y$  ларга мос равишда  $S_x$  ва  $S_y$  стандарт четланишларга кўпайтмасига бўлиб, биз  $r_{(X,Y)}$  корреляция коэффициентини ҳосил қиламиз. Қуйидаги формуладан фойдаланишимиз мумкин:



$$r_{(X,Y)} = \frac{COV(X,Y)}{S_x \cdot S_y}$$

Бундан еса  $r_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^n ((x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}))}{\sqrt{\sum_{i=1}^n ((x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2)}}$  формулаларини ҳосил қилишимиз мумкин.

Ушбу мақолада корреляция коэффициентини баҳолаш ва баҳонинг асосий хоссалари исботланади.

#### Фойдаланилган адабиётлар:

1. Warren W. G., Correlation or regression: bias or precision. Applied Statistic 20 (1971):148–164.
2. Rodgers J. L. and Nicewander W. A., Thirteen ways to look at the correlation coefficient. The American Statistician 42 (1998):59–66.
3. Yaffe R. A., Common correlation and reliability analysis with SPSS for Windows (2003), <http://www.nyu.edu/its/socsci/Docs/correlate.shtml>.
4. de Levie R., Two linear correlation coefficients. Journal of Chemical Education 80 (2003):1030–1032.
5. Lee Baker Beginner's Guide to Correlation Analysis, 2018.
6. Thomas J. Arcsdeacon Correlation and Regression Analysis, 1994.
7. Vijaya Kumar B. B. K. Correlation Pattern Recognition 2010.
8. Albert M. Liebetrau Measures of Association, 2003.
9. Isakov J. A. Chizma geometriya va perspektiva fani vositasida talabalarning konstruktiv kompetensiyalarini rivojlantirish: chizma geometriya va perspektiva fani vositasida talabalarning konstruktiv kompetensiyalarini rivojlantirish. – 2023.